

ELECTRE

اپن رضایی کلت

پدایش

مبدأ ELECTRE به سال ۱۹۶۵ و کمپانی اروپائی SEMA که تاکنون نیز فعال است، بر می‌گردد. این کمپانی در آن زمان در رابطه با تصمیم‌گیری بامصارهای چندگانه بین کریمه‌های مختلف در دنیا می‌افعالیت می‌گردید و برای این مسئله از روشنی به نام MARSAN استفاده می‌گردد. ولی به دلیل نوافضی که این روش داشت و مشکلایی که ایجاد کرده بود، یک تیم تحقیقاتی را مأمور کرد تاروش به سروکار اتری ابداع کنند. تلاش‌های این تیم مسحیر ب به ایجاد روش ELECTRE شد. این روش بعداً با نام ELECTRE I شناخته شد. در سال ۱۹۷۴ نتایج حاصله طی یک معاله تحقیقاتی به چاپ رسید و در سال

۱۹۶۸ به طور کسرده مورد استفاده قرار گرفت. بعد از آن روش و قابل استفاده ترکردن آن برای موارد خاص تحقیقات بیشتری توسط افراد مختلف انجام گرفت که نتیجه این تجربه اتحاد انواع دیگری از آن شد. این روش بر اساس روابط غیررتبه‌ای می‌باشد، یعنی لزوماً به رتبه‌بندی کریمه هاشمی نشده و ممکن است بعضی از آنها حذف شوند، در ضمن برای موارد جبرانی به کار می‌رود ولی گاهی با برخی تغییرات به عنوان زیرمجموعه‌ای از روش های غیر جبرانی نیز کاربرد دارد. فرضیات این روش عبارتند از:

- ۱- معیارهای کمی یا قابل کمی شدن باشند.
- ۲- معیارهای کاملاً ناهمکن باشند.

در ادامه انواع مختلف ELECTRE را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

ELECTRE I -۱

مراحل این روش به صورت زیر می باشد:

- ۱- بی مقیاس سازی با استفاده از نرم:

$$N = [n_{ij}] \quad , \quad n_{ij} = \frac{a_{ij}}{\left[\sum_{i=1}^m a_{ij} \right]^{\frac{1}{p}}}$$

- ۲- محاسبه ماتریس بی مقیاس شده موزون:

$$V = N \times W_{n \times n}$$

V = عبارت است از ماتریس بی مقیاس شده موزون

$W_{n \times n}$ = عبارت است از ماتریس قطری وزن های به دست آمده برای شاخص ها

۳- مسکل مجموعه های همابه‌گر و ناهمابه‌گر از طریق مقایسه تمام کردن های تمام شاخص ها. در مجموعه همابه‌گر بیشتر بودن مطلوبیت یک کردنیه نسبت به سایر کردنیه های دید نظر است و در مجموعه ناهمابه‌گر کمتر بودن مطلوبیت آن.

مجموعه همابه‌گر:

- اگر شاخص مورد نظر، دارای جنبه‌ی مثبت باشد، داریم :

$$A_{k,l} = \{j \mid v_{kj} \geq v_{lj}\} \quad , \quad j = 1, \dots, m$$

- اگر شاخص، دارای جنبه‌ی منفی باشد، داریم :

$$A_{k,l} = \{j \mid v_{kj} \leq v_{lj}\} \quad , \quad j = 1, \dots, m$$

مجموعه ناهمانگ:

- اگر شاخص مورد نظر، دارای جنبه‌ی مثبت باشد، داریم :

$$D_{k,l} = \{j \mid v_{kj} < v_{lj}\} \quad , \quad j = 1, \dots, m$$

- اگر شاخص، دارای جنبه‌ی منفی باشد، داریم :

$$D_{k,l} = \{j \mid v_{kj} > v_{lj}\} \quad , \quad j = 1, \dots, m$$

۴- مشکل ماتریس های هماهنگ و ناهمانگ:

ماتریس هماهنگ: این ماتریس $m \times m$ بوده و قطر اصلی آنها قادر عنصر است. سایر عناصر آن نزیراً مجموع اوزان شاخص‌های متعلق به مجموعه هماهنگ به دست می‌آید. با فرض ابودن مجموع اوزان شاخص‌های

$$I_{kl} = \sum w_j \quad , \quad j \in A_{k,l}$$

ماتریس ناهمانگ: این ماتریس $m \times m$ بوده و قطر اصلی آنها فاقد عنصر است. سایر عناصر به وسیله فرمول زیر با توجه به مجموعه ناهمانگ و از روی ماتریس بی مفایس شده موزون به دست می آید:

$$NI_{kl} = \frac{\text{Max} |v_{kj} - v_{lj}|}{\text{Max} |v_{kj} - v_{lj}|} , \quad j \in D_{k,l}$$

همه شاخص‌ها

این معیار نشان دهنده نسبت عدم مطلوبیت مجموعه ناهمانگ او k به کل ناهمانگی در شاخص هامی باشد.

۵- سکلیل ماتریس ناهمانگ موثر:
ابتدا حد آستانه را تعیین می کنیم:

$$\bar{I} = \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^m I_{kl} / m(m-1)$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} H_{kl} = 1 & \quad \text{اگر} \quad \rightarrow I_{kl} \geq \bar{I} \\ H_{kl} = 0 & \quad \text{اگر} \quad \rightarrow I_{kl} < \bar{I} \end{aligned}$$

این ماتریس نشان دهنده ارجحیت یک گزینه به گزینه دیگر است.

۶- مشکل ماتریس ناهمogen موثق:

ابد احمد آستانه را یعنی می کنیم:

$$\overline{NI} = \sum_{l=1}^m \sum_{k=1}^m NI_{kl} / m(m-1)$$

حال داریم:

$$\begin{aligned} G_{kl} = 0 & \quad \text{اگر} \quad \rightarrow NI_{kl} \geq \overline{NI} \\ G_{kl} = 1 & \quad \text{اگر} \quad \rightarrow NI_{kl} < \overline{NI} \end{aligned}$$

۷- مشکل ماتریس کلی موثر:

$$F_{kl} = H_{kl} \times G_{kl}$$

شرط این که یک کرزنده ارجح باشد این است که:

$F_{lk} = 1$	و	برای حداقل یک l
$F_{kl} = 0$	و	برای کلیه l ها

می توان هر سوتی از H را که دارای حداقل یک عنصر یک است حذف کرد و پس بر اساس سطر های دیگر تصمیم گرفت.

مثال عددی:

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	۰	۸	۱۳	۴
A_2	۴	۱۰	۹	۲
A_3	۸	۱۲	۶	۳

$w = [0/305, 0/92, 0/334, 0/247]$

کام ا:

	C_1	C_2	C_3	C_4
A_1	۰/۴۸۸	۰/۴۰۶	۰/۷۶۹	۰/۷۴۳
A_2	۰/۳۹۰	۰/۰۷۰	۰/۰۳۲	۰/۳۷۱
A_3	۰/۷۸۱	۰/۶۸۴	۰/۳۰۰	۰/۰۰۷

کام ۲:

	C_1^-	C_1^+	C_r^+	C_r^+
A_1	0/149	0/042	0/208	0/198
A_r	0/119	0/002	0/179	0/099
A_r	0/228	0/063	0/119	0/149

کام ۳:

$S_{12} = \{3, \varepsilon\}$

$D_{12} = \{1, 2\}$

$S_{13} = \{1, 3, \varepsilon\}$

$D_{13} = \{2\}$

$S_{23} = \{1, 3\}$

$D_{23} = \{2, \varepsilon\}$

$S_{21} = \{1, 2\}$

$D_{21} = \{3, \varepsilon\}$

$S_{31} = \{2\}$

$D_{31} = \{1, 3, \varepsilon\}$

$S_{32} = \{2, \varepsilon\}$

$D_{32} = \{1, 3\}$

$$I_{\mu\mu} = w_\mu + w_\kappa = \circ/\mu\mu\gamma + \circ/\mu\gamma\gamma = \circ/\gamma_0\mu$$

$$I_{\mu\nu} = w_1 + w_\mu + w_\kappa = \circ/\mu_0\sigma + \circ/\mu\mu\gamma + \circ/\mu\gamma\gamma = \circ/\eta_0\lambda$$

$$I_{\gamma\mu} = w_1 + w_\mu = \circ/\mu_0\sigma + \circ/\mu\mu\gamma = \circ/\gamma_1\zeta_1$$

$$I_{\nu_1} = w_1 + w_\nu = \circ/\mu_0\sigma + \circ/\eta\eta\gamma = \circ/\mu\eta\gamma$$

$$I_{\mu_1} = w_\nu = \circ/\eta\eta\gamma$$

$$I_{\mu\nu} = w_\nu + w_\kappa = \circ/\eta\eta\gamma + \circ/\mu\gamma\gamma = \circ/\mu\sigma\eta$$

$$I_{kl} = \begin{bmatrix} - & \circ/\gamma_0\mu & \circ/\eta_0\lambda \\ \circ/\mu\eta\gamma & - & \circ/\gamma_1\zeta_1 \\ \circ/\eta\eta\gamma & \circ/\mu\sigma\eta & - \end{bmatrix}$$

$$NI_{1p} = \frac{\max\{|v_{11} - v_{p1}|, |v_{1p} - v_{pp}|, |v_{1m} - v_{pm}|, |v_{1c} - v_{pc}|\}}{\max\{|v_{11} - v_{p1}|, |v_{1p} - v_{pp}|, |v_{1m} - v_{pm}|, |v_{1c} - v_{pc}|, |0.149 - 0.119|, |0.042 - 0.052|\}}$$

$$= \frac{\max\{0.149 - 0.119, 0.042 - 0.052, 0.258 - 0.179, 0.198 - 0.099\}}{\max\{0.149 - 0.119, 0.042 - 0.052, 0.258 - 0.179, 0.198 - 0.099\}}$$

$$= \frac{\max\{0.03, 0.01\}}{\max\{0.03, 0.01, 0.079, 0.099\}} = \frac{0.03}{0.099} = 0.303$$

$$NI_{1p} = \frac{\max\{|v_{1p} - v_{pp}|\}}{\max\{|v_{11} - v_{p1}|, |v_{1p} - v_{pp}|, |v_{1m} - v_{pm}|, |v_{1c} - v_{pc}|\}}$$

$$= \frac{\max\{0.042\}}{\max\{0.089, 0.042, 0.139, 0.049\}} = 0.101$$

$$NI_{\text{p1}} = \frac{\max\{|v_{\text{pp}} - v_{\text{1p}}|, |v_{\text{pf}} - v_{\text{1f}}|\}}{\max\{|v_{\text{p1}} - v_{\text{11}}|, |v_{\text{pp}} - v_{\text{1p}}|, |v_{\text{pp}} - v_{\text{1f}}|, |v_{\text{pf}} - v_{\text{1f}}|\}}$$

$$= \frac{\max\{0.1079, 0.1099\}}{\max\{0.1011, 0.101, 0.1079, 0.1099\}} = 1$$

$$NI_{\text{pp}} = \frac{\max\{|v_{\text{pp}} - v_{\text{pf}}|, |v_{\text{pf}} - v_{\text{ppf}}|\}}{\max\{|v_{\text{p1}} - v_{\text{p1}}|, |v_{\text{pp}} - v_{\text{pp}}|, |v_{\text{pp}} - v_{\text{ppf}}|, |v_{\text{pf}} - v_{\text{ppf}}|\}}$$

$$= \frac{\max\{0.111, 0.05\}}{\max\{0.119, 0.111, 0.104, 0.05\}} = 0.151$$

$$NI_{\mu_1} = \frac{Max\{|v_{\mu_1} - v_{\mu_1}|, |v_{\mu_2} - v_{\mu_2}|, |v_{\mu_3} - v_{\mu_3}|\}}{Max\{|v_{\mu_1} - v_{\mu_1}|, |v_{\mu_2} - v_{\mu_2}|, |v_{\mu_3} - v_{\mu_3}|, |v_{\mu_4} - v_{\mu_4}|\}}$$

$$= \frac{Max\{0/0.89, 0/1.19, 0/0.159\}}{Max\{0/0.89, 0/0.11, 0/1.19, 0/0.159\}} = 1$$

$$NI_{\mu_2} = \frac{Max\{|v_{\mu_1} - v_{\mu_1}|, |v_{\mu_2} - v_{\mu_2}|\}}{Max\{|v_{\mu_1} - v_{\mu_1}|, |v_{\mu_2} - v_{\mu_2}|, |v_{\mu_3} - v_{\mu_3}|, |v_{\mu_4} - v_{\mu_4}|\}}$$

$$= \frac{Max\{0/1.19, 0/0.4\}}{Max\{0/1.19, 0/0.11, 0/0.4, 0/0.0\}} = 1$$

$$NI_{k,l} = \begin{bmatrix} - & \circ / \mu_0 \mu & \circ / 101 \\ 1 & - & \circ / 15\mu_0 \\ 1 & 1 & - \end{bmatrix}$$

: ۵۰ کام

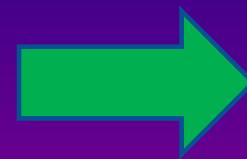
$$\bar{I} = \frac{\mu}{4} = \circ / 0$$



$$H = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$$

گام ع:

$$\overline{NI} = \frac{\mu / \lambda \gamma \epsilon}{\gamma} = \circ / \gamma \epsilon \gamma$$



$$G = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix}$$

گام ۷:

$$F = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix} A_1$$

$$F = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix} A_p$$

$$F = \begin{bmatrix} - & 1 & 1 \\ 0 & - & 1 \\ 0 & 0 & - \end{bmatrix} A_\mu$$



$$A_1 > A_p > A_\mu$$

ELECTRE IS - ۲

این روش مشابه ELECTRE I می باشد ، با این تفاوت که میزان برتری یک آلترناتیو نسبت به آلترناتیو دیگر در یک معیار در ماتریس هاگان در نظر گرفته می شود، یعنی به جای برتری قطعی، برتری به صورت فازی در نظر گرفته می شود. در ضمن می توان برای اختلاف آلترناتیوها در معیارها حدود در نظر گرفت. در نتیجه

داریم:

$$c_j(M_i, M_k) = \begin{cases} 0 & p_j < g_j(M_k) - g_j(M_i), \\ \frac{g_j(M_i) + p_j - g_j(M_k)}{p_j - q_j} & q_j < g_j(M_k) - g_j(M_i) \leq p_j, \\ 1 & g_j(M_k) - g_j(M_i) \leq q_j. \end{cases}$$

عناصر ماتریس های اینک به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$I_{ik} = \frac{\sum_{j=1}^n \omega_j c_j(M_i, M_k)}{\sum_{j=1}^n \omega_j}$$

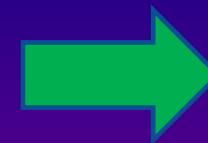
در صورت نداشتن p و q می توان آنها را برابر مانند نیز میگم و مسنجم اختلاف بین معادله آلتربناریو و در هر معیار قرار داد.

توجه شود که ماتریس نایاب اینک به همان صورت قبل در نظر گرفته می شود. پنجه مرحله مانند روش اول است ولی در نهایت جواب نسبتاً دقیق تر می ارائه می دهد.

ELECTRE II - ۳

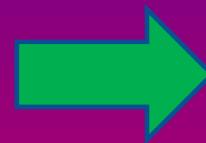
تفاوت اصلی این روش با ELECTRE I این است که دو حد آستانه دیگر نمایند نظر گرفته می شود: حد آستانه قوی هماهنگ ($5/0$) و حد آستانه قوی ناهمانگ ($0/5$). بک آلتربناتیو در صورتی در ماتریس هماهنگ (ناهمانگ) موثر مقدار امی کسرد که مقدار آن در مجموعه هماهنگ (ناهمانگ) نسبت به حد آستانه قوی هماهنگ (ناهمانگ) بسیر باشد که در این صورت کویند برتری قوی است. ولی در صورتی که بکی از مقادیر بیشتر از حد آستانه ولی کمتر از حد آستانه قوی باشد، کویند برتری ضعیف است و آلتربناتیو نسبت به دیگری بسیر در نظر گرفته نمی شود. به عنوان مثال در صورتی که حد آستانه قوی هماهنگ $7/0$ و حد آستانه قوی ناهمانگ $2/0$ در نظر گرفته شود، مثالی که در بالا ارائه شده به صورت زیر در می آید:

$$I_{kl} = \begin{bmatrix} - & \circ / \gamma_0 \mu & \circ / \gamma_0 \lambda \\ \circ / \mu \gamma \nu & - & \circ / \gamma_1 \epsilon_1 \\ \circ / \gamma_0 \mu & \circ / \mu \delta \eta & - \end{bmatrix}$$



$$H = \begin{bmatrix} - & \circ & 1 \\ \circ & - & \circ \\ \circ & \circ & - \end{bmatrix}$$

$$NI_{k,l} = \begin{bmatrix} - & \circ / \mu_0 \mu & \circ / 101 \\ 1 & - & \circ / 15 \nu_0 \\ 1 & 1 & - \end{bmatrix}$$



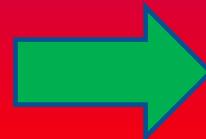
$$G = \begin{bmatrix} - & \circ & 1 \\ \circ & - & \circ \\ \circ & \circ & - \end{bmatrix}$$

$$A_1 \ A_p \ A_{\mu}$$

$$F = \begin{bmatrix} - & \circ & 1 \\ \circ & - & \circ \\ \circ & \circ & - \end{bmatrix} A_1$$

$$A_p$$

$$A_{\mu}$$



$$A_1 > A_p = A_{\mu}$$

ELECTRE III - ۴

این روش در عین حال که پروسه ELECTRE II را دنبال می‌کند مانند روش ELECTRE IS از روش فازی نیز استفاده می‌کند. یعنی در عین حال که حدود قویی در آن مورد استفاده قرار می‌گیرد، میزان اختلاف بین معادلک معمار دوآلترناتیو برای محاسبه هر دو ماتریس هماهنگ و ناهمانگ را به فرم فازی در نظر می‌گیرد. ماتریس هماهنگ مانند روش ELECTRE IS حساب می‌شود، با این تفاوت که برای نوشتن فرم فازی، به جایی ایکنکه اختلاف معادلک می‌شود، حدود بالا و پایین در نظر گرفته شود. اختلاف آنها بین حد پایین و حد پیوی فوی در نظر گرفته می‌شود.

فرم فازی برای محاسبه ماتریس ناهمگن نسبه صورت زیرنوشته می شود:

$$(v_j \geq p_j \geq q_j)$$



$$d_j(M_i, M_k) = \begin{cases} 0 & g_j(M_k) - g_j(M_i) < p_j, \\ \frac{g(M_k) - p_j - g(M_i)}{v_j - p_j} & p_j \leq g_j(M_k) - g_j(M_i) \leq v_j, \\ 1 & v_j < g_j(M_k) - g_j(M_i), \end{cases}$$



$$M_{ik} = \frac{\max_{j \in J_{ik}^-} |w_j d_j(M_i, M_k) (r_{ij} - r_{kj})|}{\max_{j \in \{1, \dots, n\}} |w_j (r_{ij} - r_{kj})|}$$

ELECTRE IV - ۵

در تمام روش‌های قبلی وزن شاخص‌ها مشخص بود و به طور مستقیم در محاسبات جهت رتبه‌بندی استفاده می‌شد. تنها روشی است که در آن بدون در نظر گرفتن وزن شاخص‌ها محاسبات انجام ELECTRE IV می‌شود. روش شیوه ELECTRE III می‌باشد، ولی با توجه به در دست نداشتن اوزان شاخص‌ها، مستقیماً پاد نظر گرفتن اختلاف مقدار دو آلترناتیو در یک معیار و حدود تعیین شده، یکی از آنها به طور ضعیف، نسبی یا قوی نسبت به دیگری ترجیح داده می‌شود. در نهایت با سکلی ماتریس کلی موثر رتبه‌بندی انجام می‌شود. این روش در زمان مانی که تصمیم‌گیرنده نمی‌تواند در رابطه با اهمیت شاخص‌ها وزن گذاری آنها تصمیم‌گیرد، مفید می‌باشد.

الله
رسول