t Hn♯ · »k± { ♯Ï IµTeH♯Âº IL¶♯J IT ¨ ♯ÁIµ¹ÀHn

فصل اول: آنالیز ترکیبی

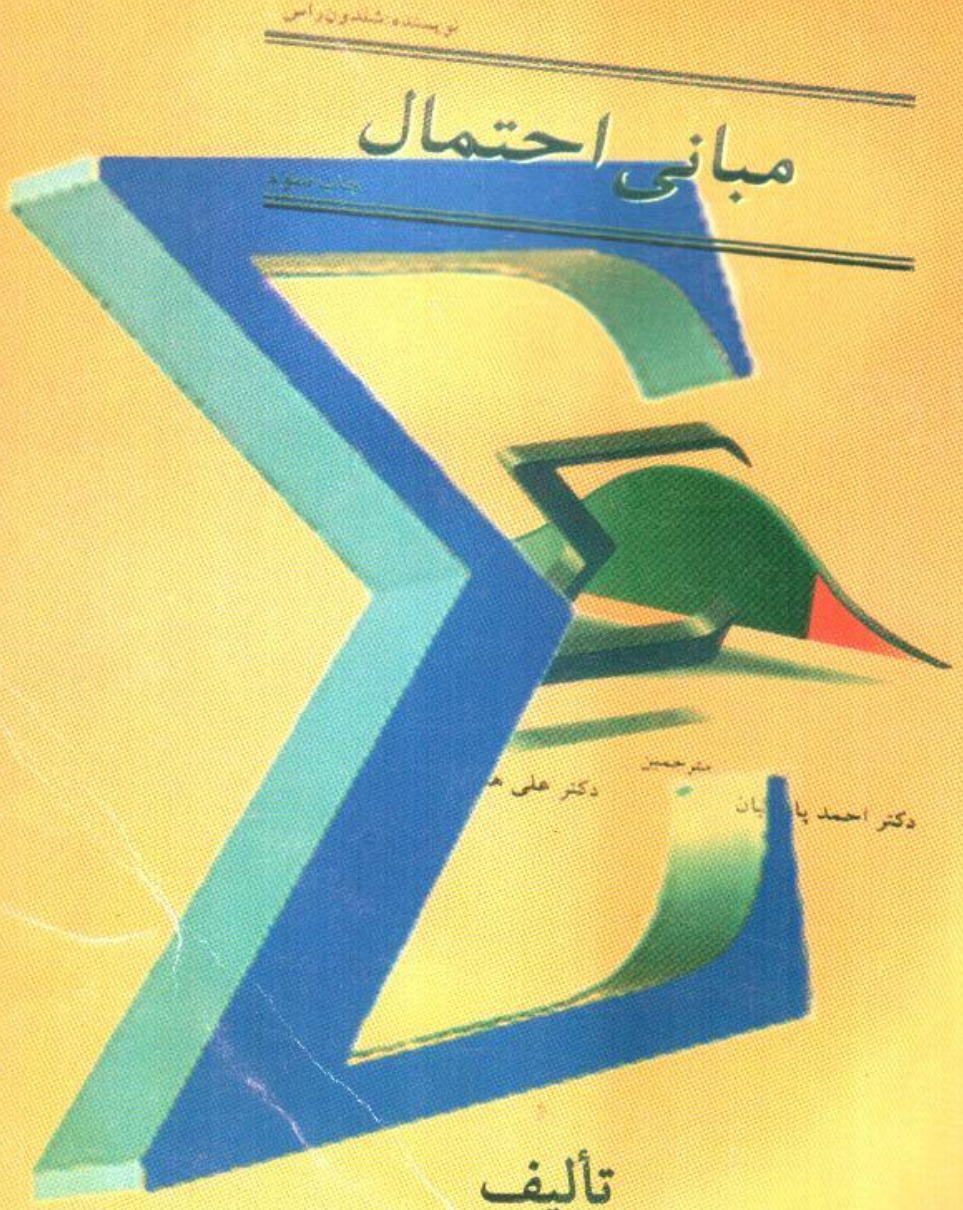
w w w .ie u n .i r

www.iran.ir

نویسنده: شلدون راس

حل المسائل:

مبانی احتمال



تألیف

مهندس عبدالحسین خدایوندی
(عضو هیئت علمی دانشگاه بوعلی سینا)

احسان منصوری

www.ieun.ir

فهرست

فصل اول	آنالیز ترکیباتی	۱
فصل دوم	اصول احتمال	۱۴
فصل سوم	احتمال شرطی و استقلال	۳۳
فصل چهارم	متغیرهای تصادفی	۶۱
فصل پنجم	متغیرهای تصادفی پیوسته	۹۰

www.ieun.ir

غلط نامه

صفحه	سئوال	درست
٦	١٣	$\binom{٢٠}{٢} = ١٩٠$
٧	١٧ قسمت (ج)	$\left[\binom{٢}{٢}\binom{٥}{٣} + \binom{٥}{٢}\binom{٢}{٣} + \binom{٢}{٣}\binom{٥}{٣}\right] = ٩١٠$
١٩	١٠	$\frac{٨!}{\binom{٦٤}{٨}}$
٢٤	١٩	$p(\text{کل}) = \frac{A}{(b+g)!/b!g!}$
٢٨	٣٠	$١ - \left(\frac{٣٥}{٣٦}\right)^{n} \geq \frac{١}{٢}$
٢٩	٣٥	اگردر اتاقی ١٢ نفر باشند ، احتمال اینکه هیچکدام آنها روز
٣١	٤٠ قسمت(ب)	$٢^{٦}\binom{١٠}{١}\binom{٩}{٦}$
٤١	٢٤ قسمت(ب)	$\frac{\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٢}}{\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٢}+\frac{١}{٢}\times\frac{١}{٢}}$
٤٣	٢٨	$\frac{\left(\frac{٢}{٥}\right)(٠/٤)}{\left(\frac{٢}{٥}\right)(٠/٤)+\left(\frac{٣}{٤}\right)(٠/٤)}$
٥٣	٥٧قسمت(الف)	$p_١p_٢p_٥ + p_٢p_٤p_٥$
٥٤	٥٧قسمت (ب)	$+ p_١p_٣p_٥ + p_٢p_٣p_٤$
٨٨	٧٣	$\frac{١٨\ (١٧)^{N-١}}{(٣٥)^{N}}$
١٠٠	١٩	$p\{x > c\} = ٠/١$
١٠١	٢١	$\mu = ٧١$

www.ieun.ir

فصل اول

آنالیز ترکیباتی

www.ieun.ir

۱- الف) چند پلاک نمره ۷ رقمی اتومبیل را می توان تهیه نمود وقتی که دو رقم اول آن از حروف لاتین و ۵ رقم باقیمانده از اعداد باشد.

ب) قسمت (الف) را با فرض اینکه هیچ دو حرف یا دو عددی نباید در یک نمره تکرار شود ، پاسخ دهید.

الف) چون حروف لاتین شامل ۲۶ حرف میباشد داریم:

$$۲۶ \times ۲۶ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰ \times ۱۰$$

ب) بدلیل اینکه در قسمت ب تکرار مجاز نیست لذا:

$$۲۶ \times ۲۵ \times ۱۰ \times ۹ \times ۸ \times ۷ \times ۶$$

۲- چهار فرد، D,C,B,A یک گروه موسیقی مرکب از ۴ وسیله موسیقی را تشکیل داده اند . اگر هر کدام بتوانند هر ۴ وسیله را بنوازند ، چند ترتیب متفاوت وجود دارد؟ در صورتیکه فرد A و فرد B بتوانند هر ۴ وسیله را بنوازند ولی فرد C و فرد D هر کدام بتوانند پیانو و طبل بنوازند آنگاه چند ترتیب متفاوت وجود دارد؟

الف)چهار فرد و چهار وسیله موسیقی داریم:

$$\underbrace{۴ \times ۴}_{\text{حالت اول}} \times \underbrace{۳ \times ۳}_{\text{حالت دوم}} \times \underbrace{۲ \times ۲}_{\text{حالت سوم}} \times \underbrace{۱ \times ۱}_{\text{حالت چهارم}} = (۴!) \times (۴!)$$

ب) اگر ترتیب قرار گرفتن افراد مدنظر نباشد داریم. ۴×۳×۲×۱=۴!

ج) فرد Aو B هر چهار وسیله و فردCو D فقط طبل و پیانو :

در این حالت باید فرد A و فرد B منتظر باشند که مرد Cو D وسایل خود را انتخاب کنند پس داریم:

اگر فرد C طبل را بردارد فرد D پیانو را برمیدارد و برعکس و از دو وسیله باقیمانده $\frac{C}{۲\times}\frac{D}{۱\times}\frac{A}{۲\times}\frac{B}{۱}$ یکی را A و دیگری را B بر می دارد.

۳- کدبین شهری تلفن در آمریکا و کانادا از سه عدد تشکیل شده است که عدد اول آن بین ۲ و ۹ ، عدد دوم آن ۰ یا ۱ و عدد سوم آن هر عددی بین ۱ و ۹ است. چند کد بین شهری تلفن می تواند وجود داشته باشد؟ چند تا از کدها با عدد ۴ شروع شده اند؟

الف)　۸ × ۲ × ۹ = ۱۴۴
۲و۳۰۰۰و۹　۰و۱　۱و۲۰۰۰و۹

ب) در حالت دوم رقم اول باید ۴ باشد:　۱ × ۲ × ۹ = ۱۸
عدد۴　۰و۱　۱و۲۰۰۰و۹

۴ - یک سرود معروف کودکستان دارای اشعار زیر است.
همین طور که در حال رفتن به کودکستان بودم،
مردی را با هفت فرزند ملاقات کردم،
هر فرزند ۷ ساک دستی داشت،
در هر ساک ۷ گربه بود،
هر گربه ۷ بچه گربه داشت.
چند بچه گربه توسط کودک دیده شده است؟
به راحتی می توان گفت :

(۷ فرزند)×(۷ ساک) × (۷ گربه) × (۷ بچه گربه)=۲۴۰۱

۵ - اگر ۴ آمریکایی ، ۳ فرانسوی و ۳ انگلیسی بخواهند در یک ردیف بنشینند و ملیت های یکسان پهلوی هم باشند ، به چند طریق این کار امکان پذیر است؟
هرکدام از ملیت ها را یک دسته کرده و کنار هم می گذاریم:

(۴!)×(۳!)×(۳!)

اما چون ترتیب قرار گرفتن آنها نیز مهم است داریم:

۳! [(۴!)×(۳!)×(۳!)]=۵۱۸۴

۶ - الف) به چند طریق ۳ پسر بچه و ۳ دختر بچه می توانند در یک ردیف بنشینند؟
ب) به چند طریق ۳ پسر بچه و ۳ دختر بچه می توانند در یک ردیف بنشینند اگر لازم باشد پسر بچه ها پهلوی هم و دختر بچه ها نیز پهلوی هم باشند؟
ج) پاسخ قسمت (الف) وقتی که لازم باشد پسر بچه ها پهلوی هم بنشینند چیست؟
د) پاسخ قسمت (الف) وقتی که بنا باشد افراد همجنس پهلوی هم ننشینند چیست؟

الف) چون جنسیت برای ما مهم نیست پس هر ۶ تا یکسان هستند.　۶!=۷۲۰

www.ieun.ir

ب) پسرها را یک دسته و دخترها را نیز یک دسته در نظر می گیریم:

$۲! [(۳!)\times(۳!)] = ۷۲$

ج) پسرها را یک دسته گرفته و دراین صورت چهارشئ یکسان داریم:

$۴!\times۳! = ۱۴۴$

د) دو حالت ممکن است رخ دهد که مجموع این حالات جواب مسئله خواهد بود:

حالت اول: پسر ۳ × دختر ۳ × پسر ۲ × دختر ۲ × پسر ۲ × دختر ۱ × پسر ۱ = ۳۶

$\Rightarrow$ ۷۲

حالت دوم: پسر ۳ × دختر ۳ × پسر ۲ × دختر ۲ × پسر ۲ × دختر ۱ × پسر ۱ = ۳۶

۷ - چند ترتیب متفاوت از حروف کلمه های زیر می توان تهیه نمود؟

الف) FLUKE ب) PROPOSE ج) MISSISSIPPI د) ARRANGE

الف) ۵! ب) چون دو حرف تکراری داریم و جابجایی آنها تأثیری ندارد: $\frac{۷!}{۲!\times۲!}$

ج) $\frac{۱۱!}{۴!\times۴!\times۲!}$ د) $\frac{۷!}{۲!\times۲!}$

۸- کودکی ۱۲ مکعب دارد که ۶ تایی آنها سیاه، ۴ تا قرمز ، یکی سفید و یکی آبی است اگر او بخواهد مکعب ها را در یک ردیف قرار دهد چند ترتیب متفاوت امکان پذیر است؟

چون تفاوتی بین مکعب های سیاه با هم و مکعب های قرمز با هم وجود ندارد پس :

$\frac{۱۲!}{۶!\times۴!} = ۲۷۷۲۰$

۹- به چند طریق ۸ نفر می توانند دریک ردیف بنشینند اگر،

الف) هیچ محدودیتی در نشستن آنها وجود نداشته باشد

ب) فرد A و فرد B باید پهلوی هم بنشینند.

ج) ۴ مرد و ۴ زن باشند و هیچ دو مرد ویا دو زنی نتوانند پهلوی هم بنشینند.

www.ieun.ir

د) ۵ مرد باشند و باید پهلوی هم بنشینند.

هـ) ۴ زوج باشند و باید هر زوج پهلوی هم بنشینند.

الف) ! ۸ ب) ! ۲ × ! ۷ ج) مانند حالت چهارم مسأله ۶ داریم: ۱۱۵۲

د) ! ۴ × ! ۵ ه) چهار زوج را می توان ۴ شیء در نظر گرفت که ترتیب قرار گرفتن آنها عبارتست از : ! ۴

اما چون ترتیب قرار گرفتن زن و مرد هم مهم است پس داریم:

$$۴! \times [۲! \times ۲! \times ۲! \times ۲!] = ۳۸۴$$

۱۰- به چند طریق می توان ۳ کتاب داستان ، ۲ کتاب ریاضی و یک کتاب شیمی را در یک قفسه کتاب به ترتیب پهلوی هم قرار داد بطوریکه،

الف) کتابها بدون هیچ محدودیتی چیده شوند.

ب) کتابهای ریاضی پهلوی هم و کتابهای داستان نیز پهلوی هم باشند.

ج) کتابهای داستان پهلوی هم باشند و سایر کتب محدودیتی نداشته باشند.

الف) ! ۶ ب) ! ۲ × ! ۳ × ! ۳ ج) ! ۳ × ! ۴

۱۱- یک رئیس ، یک خزانه دار و یک منشی که افراد متفاوتی هستند را از یک مجموعه ۱۰ نفری انتخاب می کنیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است اگر،

الف) هیچ محدودیتی نباشد.

ب) A و B با هم انتخاب نشوند.

ج) C و D با هم انتخاب شوند و یا هیچکدام انتخاب نشوند.

د) E حتماً انتخاب شود.

هـ) F فقط در صورتیکه رئیس باشد انتخاب شوند.

الف) چون می خواهیم یک مجموعه ۳ عضوی را از یک مجموعه ۱۰ عضوی جدا کنیم پس ترکیب است و داریم: $\binom{۱۰}{۳}$=۱۲۰ لذا: ۱۲۰ × (۳!)=۷۲۰

ب) تعداد حالات انتخاب هیچکدام $\binom{۸}{۳}$ و فقط A ، $\binom{۸}{۲}$ و فقط B، $\binom{۸}{۲}$

www.ieun.ir

چون افراد متفاوتی هستند ۶۷۲= (!۳) (۱۱۲) ⟵ $\binom{8}{3}+\binom{8}{2}+\binom{8}{2}=112$

ج) ۳۸۴ = (!۳) (۶۴) ⟵ چون متفاوت هستند ۶۴ = هیچکدام $\binom{8}{3}+\binom{8}{1}$ هر دو

۱۲- ۵ جایزه جداگانه (بورس تحصیلی و ...) به گروهی منتخب از دانشجویان یک کلاس ۳۰ نفری اهدا می شود . این کار به چند طریق امکان پذیر است اگر.

الف) یک دانشجو بتواند به هر تعداد جایزه بگیرد؟

ب) یک دانشجو بتواند حداکثر یک جایزه بگیرد؟

الف) چون جایزه ها باهم متفاوت هستند لذا داریم . $30^5=24300000$

ب) گرفتن حداکثر یک جایزه : $30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26 = 17100720$

۱۳- یک گروه ۲۰ نفری را در نظر بگیرید . اگر فرد بخواهد با افراد دیگر دست بدهد به چند طریق دست دادن امکان پذیر است؟

(!۱۹) برای درک مساله می توانید یک گروه ۳ یا ۴ نفره را در نظر بگیرید اما دقت کنید که هر دو نفر فقط یکبار با هم دست می دهند.

۱۴- *

۱۵- شورایی متشکل از ۷ نفر که ۲ نفر آنها جمهوریخواه ، ۲ نفر دمکرات و ۳ نفر مستقل هستند را از یک گروه متشکل از ۵ جمهوریخواه ، ۶ دمکرات و ۴ مستقل انتخاب می کنیم این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟

$$\binom{5}{2}\binom{6}{2}\binom{4}{3}$$

۱۶ - دانشجویی در یک امتحان بایستی به ۷ سوال از ۱۰ سوال پاسخ دهد . او به چند طریق می تواند سوالها را انتخاب کند؟ اگر لازم باشد به ۳ سوال از ۵ سوال اول پاسخ دهد در این صورت به چند طریق امکان پذیر است؟

الف) انتخاب یک مجموعه ۷ تایی از یک مجموعه ۱۰ تایی $\binom{10}{7}$ ب) $\binom{5}{3}\times\binom{5}{4}$

www.ieun.ir

۱۷- از گروهی متشکل از ۸ زن و ۶ مرد شورایی مرکب از ۳ زن و ۳ مرد بایستی تشکیل شود. این کار به چند طریق امکان پذیر است هر گاه .

الف) ۲ نفر از مردها نخواهند با هم انتخاب شوند؟

ب) ۲ نفر از زنها نخواهند باهم انتخاب شوند؟

ج) یکی از مردها و یکی از زنها نخواهند با هم انتخاب شوند؟

الف) در انتخاب زنها هیچ محدودیتی وجود ندارد و اگر دو نفر از مردها نخواهند با هم انتخاب شوند داریم:

$$\underset{\text{زنها}}{\binom{۸}{۳}} \times \left[\underset{\text{مردها}}{\binom{۲}{۰}\binom{۴}{۳}} + \binom{۲}{۱}\binom{۴}{۲} \right] = ۸۹۶$$

ب)

$$\underset{\text{مردها}}{\binom{۶}{۳}} \times \left[\underset{\text{زنها}}{\binom{۲}{۰}\binom{۶}{۳}} + \binom{۲}{۱}\binom{۶}{۲} \right] = ۷۰۰$$

ج) یکبار مرد مورد نظر را از انتخابات خارج و یکبار زن مورد نظر را از انتخابات خارج و یکبار هم هر دو را خارج می کنیم.

$$\underset{\text{مرد زن}}{\left[\binom{۸}{۳}\binom{۵}{۳}\right]} + \underset{\text{زن مرد}}{\left[\binom{۶}{۳}\binom{۷}{۳}\right]} + \underset{\text{مرد زن}}{\left[\binom{۷}{۳}\binom{۵}{۳}\right]} = ۱۶۱$$

۱۸- فردی ۸ دوست دارد که می خواهد ۵نفر آنها را به یک میهمانی دعوت کند .چند انتخاب وجود دارد.

الف) اگر دو نفر از دوستان وی با هم اختلاف داشته باشند و نخواهند با هم شرکت کنند؟

ب) اگر دو نفر از دوستان وی در صورتیکه با هم دعوت شوند در میهمانی شرکت کنند؟

الف)

$$\underset{\text{هیچکدام}}{\binom{۲}{۰}\binom{۶}{۵}} + \underset{\text{هردو}}{\binom{۲}{۱}\binom{۶}{۴}} = ۳۶$$

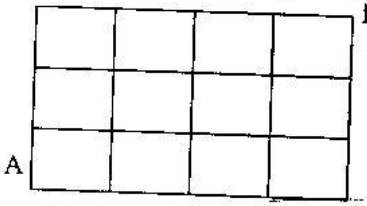
ب)

$$\binom{۲}{۰}\binom{۶}{۵} + \binom{۲}{۲}\binom{۶}{۳} = ۳۶$$

www.ieun.ir

۱۹- مجموعه ای از نقاط را بصورت شکل زیر در نظر بگیرید. فرض کنید از نقطه A شروع کرده و در هر حرکت می توانید بطرف بالا یا بطرف راست یک قدم بردارید. اگر این حرکت ادامه یابد تا به نقطه B برسید در این صورت چند مسیر از A به B امکان پذیر است؟

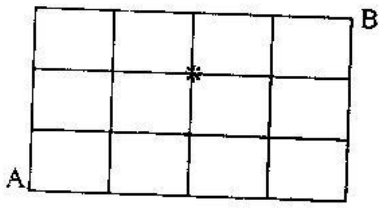
راهنمایی : توجه کنید که برای رفتن از نقطه A و رسیدن به نقطه B بایستی ۴ قدم بطرف راست و ۳ قدم به طرف بالا برداشته شود.



مجموعاً ، ۷ مسیر برای رسیدن به B وجود دارد که همواره ۳ مسیر عمودی و ۴ مسیر افقی خواهد بود و چون انتخاب مسیرهای افقی هیچ فرقی با هم ندارد و انتخاب مسیر های عمودی نیز هیمنطور است پس داریم:

$$\frac{۷!}{۴!\times ۳!} = ۳۵$$

۲۰- در مساله ۱۹ چند مسیر از A به B وجود دارد در صورتیکه مسیر از نقطه مشخص شده در شکل بگذرد؟



در این مساله چون باید از نقطه مشخصی عبور کنیم پس داریم : $\left(\frac{۴!}{۲!\times ۲!}\right)\left(\frac{۳!}{۲!}\right) = ۱۸$

۲۱- یک آزمایشگاه روانسنجی از ۳ قسمت که در هر قسمت ۲ تخت وجود دارد تشکیل شده است.اگر ۳ جفت دو قلو یکسان را بخواهیم در این مرکز بستری کنیم بطوریکه هر جفت دوقلو در یک قسمت روی تخت های متفاوت بستری شوند. این عمل به چند طریق امکان پذیراست؟

۲۲- عبارت $(3x^2+y)^5$ را بسط دهید.

براساس بسط دو جمله ای داریم :

$$(3x^2+y)^5=\binom{5}{0}(3x^2)^0(y)^0+\binom{5}{1}(3x^2)^1y^4+\binom{5}{2}(3x^2)^2y^3$$

$$+\binom{5}{3}(3x^2)^3y^2+\binom{5}{4}(3x^2)^4y+\binom{5}{5}(3x^2)^5y^0$$

$$(3x^2+y)^5=y^5+15x^2y^4+90x^4y^3+270x^6y^2+405x^8y+243x^{10}$$

۲۳- *

۲٤- *

۲۵- به چند طریق می توان ۱۲ نفر را در سه شورای متفاوت با تعداد اعضای ۳و۴و۵ تقسیم نمود؟

از فرمول گروههای مجزا می توان نتیجه گرفت :

$$\binom{12}{5,4,3}=\frac{12!}{5!\times 4!\times 3!}=27720$$

۲۶- پدری می خواهد ۷ هدیه را بین سه فرزندش توزیع کند بقسمی که فرزند بزرگتر ۳ هدیه و دو نفر دیگر هر کدام۲ هدیه دریافت دارند . این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟

همانند مسأله قبلی داریم: $\binom{7}{3,2,2}=\frac{7!}{3!\times 2!\times 2!}=210$

۲۷- اگر بخواهیم ۸ تخته سیاه یکسان را بین ۴ مدرسه تقسیم کنیم، به چند طریق این کار

www.ieun.ir

امکان پذیر است؟ چنانچه به هر مدرسه لازم باشد یک تخته داده شود در این صورت به چند طریق این کار امکان پذیر است؟

چون تخته سیاه ها یکسان هستند مانند مساله توزیع توپها در ظرف داریم.

تخته سیاه مدارس

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = ۸$

الف) $\binom{۸+۴-۱}{۴-۱} = ۱۶۵$ ب) $\binom{۸-۱}{۴-۱} = ۳۵$

۲۸- اگر بخواهیم ۸ معلم جدید را بین ۴ مدرسه تقسیم کنید، به چند طریق مختلف این کار امکان پذیر است؟ چنانچه به هر مدرسه لازم باشد دو معلم اختصاص داده شود آنگاه به چند طریق این کار امکان پذیر است؟

الف - چون معلمها نمی توانند یکسان باشند پس داریم: $۴^۸ = ۶۵۵۳۶$

ب - $\binom{۸}{۲}\binom{۶}{۲}\binom{۴}{۲}\binom{۲}{۲} = ۲۵۲۰$

۲۹- یک آسانسور از طبقه همکف با ۸ مسافر (بدون مسؤل آسانسور) حرکت کرده و تاطبقه ششم همه را پیاده می کند . اگر مسافران از نظر مسؤل آسانسور یکسان باشند به چند طریق مختلف می تواند شاهد پیاده شدن مسافران باشد؟ اگر ۵ نفر ازمسافران مرد و ۳ نفر زن باشند و مسؤل آسانسور بتواند مرد و زن را تشخیص دهد آنگاه به چند طریق ممکن شاهد پیاده شدن مسافران خواهد بود؟

الف- همانند توزیع توپها در ظرفها داریم :

$x_1 + x_2 + \ldots + x_6 = ۸$ (مسافر / طبقات) $\qquad \binom{۸+۶-۱}{۶-۱} = ۱۲۸۷$

ب- در این حالت یکبار مردها را در نظر گرفته و بار دیگر زنها را در نظر می گیریم:

$$\left[\binom{۵+۶-۱}{۶-۱}\right]\left[\binom{۳+۶-۱}{۶-۱}\right]=۱۴۱۱۲$$

$$\begin{cases} x_۱+\cdots+x_۶=۵ \\ x_۱+\cdots+x_۶=۳ \end{cases}$$

۳۰- در یک حراج مجموعه هنری ۴ اثر از دالیز ، ۵ اثر از وان گوک و ۶ اثر از پیکاسو وجود دارد و هر ۵ نفر خریدار همه این آثار هستند. اگر خبرنگار روزنامه فقط تعداد هر اثر خریداری شده توسط هر خریدار را گزارش بدهد به چند طریق مختلف می توان نتیجه را گزارش داد؟

چون اثر هنرمندان با هم متفاوت است داریم:

آثار — خریدار

$$\begin{cases} x_۱+x_۲+x_۳+x_۴+x_۵=۴ \\ x_۱+x_۲+x_۳+x_۴+x_۵=۵ \\ x_۱+x_۲+x_۳+x_۴+x_۵=۶ \end{cases} \Rightarrow \binom{۴+۵-۱}{۵-۱}\binom{۵+۵-۱}{۵-۱}\binom{۶+۵-۱}{۵-۱}=۱۸۵۲۲۰۰$$

تعداد حالات

۳۱- ۱۰ وزنه بردار در یک مسابقه شرکت دارند که ۳ نفر از آنها آمریکایی ، ۴ نفرروسی ، ۲ نفر چینی و یک نفر کانادایی هستند. اگر امتیاز کسب شده به نام کشور وزنه بردار ثبت شود چند نتیجه ممکن است از نظر امتیاز بتواند وجود داشته باشد؟ چنانچه آمریکا یک وزنه بردار در سه نفر اول و ۲ وزنه بردار درسه نفر آخر داشته باشد آنگاه نتایج ممکن به چند صورت خواهد بود؟

الف - اگر نتایج براساس ملیت باشد پس هر کدام از وزنه بردارها از کشور مورد نظر که مقام بیاورند فرقی نمیکند لذا :

$$\frac{۱۰!}{۴!۳!۲!}=\binom{۱۰}{۴,۳,۲}=۱۲۶۰۰$$

ب- اول دوم سوم ... هشتم نهم دهم . وزنه برداری که در سه نفر اول است ممکن است اول، دوم و یا سوم شود پس ۳ حالت دارد و دو وزنه برداری که در ۳

www.ieun.ir

نفر آخر هستند اولی ۳ حالت و دومی ۲ حالت خواهد داشت و چون ترتیب آنها مهم نیست و ملیت آنها مطرح است نصف این حالات مد نظر خواهد بود.

$$۳ \times \frac{۳ \times ۲}{۲} \times \frac{۷!}{۴!۲!} = ۹۴۵$$

۳۲- نمایندگان ۱۰ کشور ازجمله روسیه ، فرانسه، انگلیس و آمریکا باید در یک ردیف قرار گیرند. چنانچه نمایندگان فرانسه و انگلیس بخواهند پهلوی هم باشند و نمایندگان روسیه و آمریکا هم بخواهند پهلوی هم نباشند، به چند طریق این کار امکان پذیر است؟

نمایندگان فرانسه و انگلیس را یک دسته و نمایندگان روسیه و آمریکا را نیز یک دسته در نظر می گیریم:

/۲ × /۹= تعداد حالات کنار هم بودن فرانسه و انگلیس

/۲ ×/۲× /۸= تعداد حالات پهلوی هم بودن فرانسه و انگلیس و آمریکا و روسیه

۵۶۴۴۸۰= (/۲× /۲ × /۸)- (/۲ × /۹)= تعداد حالات مورد نظر ⟹

۳۳ - می خواهیم ۲۰ میلیون ریال پول را در ۴ فعالیت اقتصادی سرمایه گذاری کنیم. هر سرمایه گذاری بایستی مضربی از یک میلیون ریال بوده و چنانچه بخواهیم در این فعالیت ها سرمایه گذاری کنیم لازم است حداقل سرمایه گذاری ۲ و ۲ و ۳ و ۴ میلیون ریال درهر فعالیت انجام گیرد. به چند طریق این کار امکان پذیر است اگر ،

الف) بخواهیم در همه فعالیت ها سرمایه گذاری کنیم؟

ب) بخواهیم در حداقل ۳ فعالیت سرمایه گذاری کنیم؟

الف -

$$\begin{cases} x_۱ \geq ۲ \\ x_۲ \geq ۲ \\ x_۳ \geq ۳ \\ x_۴ \geq ۴ \end{cases}$$

فعالیتها

$$\overline{x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴} = ۲۰ - ۲ - ۲ - ۳ - ۴$$

$$x_۱ + x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۹$$

$$\text{تعداد حالات} = \binom{۹ + ۴ - ۱}{۴ - ۱} = ۲۲۰$$

ب) چهارحالت ممکن است رخ دهد :

www.ieun.ir

$$\begin{cases} ۱) & x_۱ + x_۲ + x_۳ = ۲۰ - ۲ - ۲ - ۳ = ۱۳ \\ ۲) & x_۱ + x_۲ + x_۴ = ۲۰ - ۲ - ۲ - ۴ = ۱۲ \\ ۳) & x_۱ + x_۳ + x_۴ = ۲۰ - ۲ - ۳ - ۴ = ۱۱ \\ ۴) & x_۲ + x_۳ + x_۴ = ۲۰ - ۲ - ۳ - ۴ = ۱۱ \end{cases}$$

مجموع حالتها= تعداد حالات ممکن

$$= \binom{۱۳+۳-۱}{۳-۱} + \binom{۱۲+۳-۱}{۳-۱} + \binom{۱۱+۳-۱}{۳-۱} + \binom{۱۱+۳-۱}{۳-۱}$$

$$= ۵۷۲$$